



Analyses de sensibilité stochastiques aux fins des rapports actuariels sur le Régime de pensions du Canada

Exposé à l'occasion du Séminaire technique de la Commission technique des études statistiques, actuarielles et financières de l'AISS – Montevideo, Uruguay, avril 2010

Bureau de l'actuaire en chef, Bureau du surintendant des institutions financières

Bonjour. Je suis heureuse d'être ici aujourd'hui pour vous parler des analyses de sensibilité stochastiques qui servent à produire les rapports actuariels sur le Régime de pensions du Canada.

Le RPC : un régime partiellement capitalisé (diapositive 2)

Je vais commencer par une brève description du Régime de pensions du Canada (RPC), qui fait partie du deuxième palier du système de pension canadien. Le RPC est un régime à prestations déterminées qui procure une pension de retraite équivalant à 25 % des gains moyens de carrière, sous réserve d'un certain plafond. Le Régime verse de plus des prestations de survivant et d'invalidité. Il est financé au moyen de cotisations payées à parts égales par l'employeur et les employés. Le taux de cotisation est fixé à ce moment à 9,9 % et n'a pas été modifié depuis 2003.

Le RPC est financé utilisant une forme de capitalisation partielle appelée la méthode au taux de régime permanent. Cette méthode complète les méthodes de financement par répartition et de la capitalisation pleine des autres paliers du système de pension canadien.

La méthode au taux de régime permanent est une forme de financement optimal pour le RPC. Elle a pour but de stabiliser le ratio actif/dépenses au fil du temps. Ce faisant, elle fait en sorte que le RPC soit abordable et viable pour les générations actuelles et futures. Bien que cette méthode puisse faire l'objet de modifications ou d'un remaniement en profondeur, il est de toute première importance de maintenir l'objectif de capitalisation anticipée du Régime.

Selon les hypothèses basées sur la meilleure estimation et un taux de cotisation minimal de 9,82 %, le ratio A/D se stabilise autour de 5,5 (diapositive 3)

Le ratio actif/dépenses est une mesure importante de la viabilité du Régime; il s'agit du rapport de l'actif à la fin d'une année aux dépenses de l'année suivante.

De 2000 à 2019, les flux de trésorerie nets du Régime, soit les cotisations moins les dépenses, ont été positifs et continueront de l'être, ce qui produira une hausse rapide du ratio A/D et du niveau de capitalisation. Ces flux de trésorerie nets seront investis par l'OIRPC, l'objectif étant de réaliser le meilleur rendement possible sans prendre de risques excessifs, et de hausser encore davantage le niveau de capitalisation anticipée du Régime.



Ce graphique permet de constater que l'utilisation d'un taux de cotisation minimal de 9,82 % produit, par définition, un ratio A/D relativement stable qui avoisine 5,5 en 2019 et en 2069. Comme le taux de cotisation actuel de 9,9% est plus élevé que le taux de cotisation minimal, la ligne bleue montre que le ratio A/D continue de progresser graduellement au fil du temps.

L'incertitude des résultats fait partie intégrante des rapports (*diapositive 4*)

La loi oblige le Bureau de l'actuaire en chef à produire tous les trois ans un rapport actuariel sur le RPC. Les projections préparées à cette fin couvrent une période de 75 ans et sont réalisées à l'aide d'un modèle déterministe et d'hypothèses basées sur la « meilleure estimation ». En raison de la complexité du modèle, du nombre d'hypothèses en cause et de la longueur de la période de projection, il importe de communiquer aux utilisateurs du rapport le caractère limité des projections, ce qui peut être accompli en indiquant dans le rapport l'incertitude des résultats.

Le 23^e Rapport actuariel du RPC au 31 décembre 2006 illustre de diverses façons l'incertitude des résultats. Le présent exposé se fonde sur les résultats de ce rapport.

Analyses par scénarios et analyses déterministes (*diapositive 5*)

Le premier type de test de sensibilité utilisé dans le 23^e Rapport actuariel se fonde sur des scénarios. Les hypothèses qui sous-tendent les projections du rapport sont corrélées et leurs conséquences futures dépendent du comportement de personnes et des politiques gouvernementales. Bien qu'il soit possible d'estimer en partie la corrélation en se fondant sur les résultats historiques, nous croyons ne pas pouvoir adapter des distributions de probabilité qui soient fiables à des contextes économique et démographique complexes. C'est pourquoi les scénarios relatifs aux populations plus jeune et plus avancée font appel au jugement.

Par contre, lorsqu'il s'agit d'illustrer l'impact à court terme de chocs économiques ou financiers, la modélisation stochastique n'est pas pratique.

Les tests de sensibilité des hypothèses sont effectués, pour l'essentiel, à l'aide de méthodes stochastiques; toutefois, les dans le cas des hypothèses comme les taux de retraite, taux de chômage et les taux d'activité se font au moyen de méthodes déterministes. Ces hypothèses sont dirigées par les provisions du Régime et par des tendances comportementales des marchés de travaux.

Les analyses de sensibilité stochastiques indiquent aux utilisateurs des rapports la vraisemblance des résultats éventuels (*diapositive 6*)

Le recours à la modélisation stochastique aux fins des rapports sur le RPC n'avait pas pour but de créer un modèle d'évaluation qui soit entièrement stochastique, mais plutôt de communiquer aux intervenants et aux autres utilisateurs des rapports la vraisemblance des résultats éventuels et des risques qui s'y rattachent en ce qui concerne chacune des hypothèses.

Il convient de noter que l'incertitude est présente aussi bien dans les modèles stochastiques que dans les modèles déterministes. Les résultats des modèles stochastiques dépendent de nombreux facteurs, notamment du choix du modèle, de la corrélation entre les variables, de l'hypothèse de distribution de probabilité, des données historiques ayant servi à ajuster le modèle ainsi que de la longueur de la période de projection. Nous ne pouvons affirmer que les résultats sont plus significatifs du fait qu'ils découlent d'un processus stochastique. C'est pourquoi il est de toute première importance qu'ils soient utilisés avec prudence et communiqués de façon claire. Ils ont pour but d'informer le lecteur et non de l'embrouiller.

Les analyses stochastiques du Bureau de l'actuaire en chef (BAC) se fondent sur des modèles ARIMA(p,d,q) (*diapositive 7*)

Les modèles stochastiques mis au point par le BAC se fondent sur la catégorie de modèles de prévision de séries temporelles que l'on désigne sous le nom de modèles ARIMA (p, d, q) – autorégressifs à moyennes mobiles intégrées. Ces modèles comportent trois paramètres, où « d » indique l'ordre de différenciation, « p » désigne le nombre de termes autorégressifs, et « q », le nombre de termes de moyenne mobile.

La présence de termes autorégressifs et de moyennes mobiles pourrait fausser les résultats des prévisions; il est donc préférable d'utiliser des modèles qui ne comportent que des termes autorégressifs ou que des termes de moyenne mobile.

Le modèle du BAC : une combinaison d'éléments stochastiques et déterministes (*diapositive 8*)

La première étape du modèle du BAC consiste à ajuster le bon modèle de série temporelle aux données historiques au moyen d'un logiciel statistique. Le choix du modèle se fonde sur une combinaison de statistiques indiquant la qualité de l'ajustement. Lorsque plusieurs modèles produisent un ajustement de même qualité, nous choisissons celui qui a moins de termes.

À l'aide des paramètres estimés, nous exécutons le modèle stochastique prévisionnel sur Excel, qui prévoit un grand nombre de scénarios. Pour chacun des scénarios et pour chacune des années de la période de projection, une erreur aléatoire est produite à l'aide

de la loi normale de moyenne zéro, dont la matrice de variances-covariances est fondée sur les données historiques. Cette erreur est intégrée à la valeur projetée.

Comme notre objectif consiste à produire un intervalle de confiance autour de l'hypothèse basée sur la meilleure estimation, nous ajoutons à notre modèle un élément déterministe en faisant correspondre, pour chaque scénario, la médiane ou la valeur moyenne à la meilleure estimation.

Le modèle génère des intervalles de confiance et des intervalles de confiance pour la moyenne cumulative. Ces derniers servent à déterminer les hypothèses relatives aux scénarios à coût bas et à coût élevé.

Variantes du modèle pour prendre en compte la corrélation entre les hypothèses (diapositive 9)

Lorsque nous jugeons que les hypothèses sont fortement corrélées, nous utilisons l'une des deux méthodes suivantes. Selon la première méthode, un modèle correspondant à chacune des hypothèses est ajusté séparément mais la corrélation entre les hypothèses est prise en compte dans les taux projetés, en mettant en corrélation les termes d'erreur. Cette méthode a été utilisée dans le cas des taux de mortalité par âge et sera traitée plus tard en détail.

Dans la seconde méthode, nous utilisons un modèle vectoriel autorégressif pour ajuster plusieurs hypothèses simultanément. Dans la prévision stochastique, chacune des variables estimées dépend des valeurs antérieures de l'ensemble des variables, et, ici encore, les termes d'erreur sont mis en corrélation. C'est de cette façon que nous modélisons les taux d'inflation et les taux de rendement des catégories d'actif.

On trouvera en annexe de plus amples renseignements sur la méthode de décomposition de Cholesky utilisée pour mettre en corrélation des erreurs et les modèles vectoriels autorégressifs.

La suite de l'exposé portera sur les résultats des tests de sensibilité stochastiques appliqués aux trois hypothèses qui produisent les plus grandes variations du taux de cotisation, à savoir les hypothèses de fécondité, de mortalité et de taux de rendement de l'actif.

Indice de fécondité – intervalle de confiance à 95 % (diapositive 10)

Cette diapositive indique les indices de fécondité historiques au Canada, les indices de fécondité hypothétiques basés sur la meilleure estimation ainsi que les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle de confiance à 95 % de la moyenne cumulative, qui a été obtenu au moyen d'un modèle autorégressif à quatre termes.

En 2079, les bornes inférieure et supérieure de cet intervalle de confiance seront respectivement de 1,1 et 2,1 naissances par femme, et l'intervalle est symétrique autour de l'hypothèse basée sur la meilleure estimation, qui est de 1,6 naissance par femme. Le graphique montre par ailleurs la variabilité des résultats en fonction de la longueur de la période de projection : lorsque nous utilisons, par exemple, une période de projection de 10 ans, les bornes prennent pour valeur 0,9 et 2,3.

Selon l'hypothèse des faibles indices de fécondité, l'actif du Régime sera à sec en 2069 (diapositive 11)

Nous l'avons dit, l'une des mesures importantes de la viabilité du RPC se définit comme étant le ratio de l'actif à la fin d'une année aux dépenses de l'année suivante. Ce graphique indique l'évolution du ratio A/D lorsque le taux de cotisation prévu par la loi est de 9,9 %, selon les hypothèses basées sur la meilleure estimation et selon les indices de fécondité faible et élevé indiqués dans la diapositive précédente.

On constate que, dans le cas du scénario à coût élevé, c'est-à-dire lorsque l'indice de fécondité est faible, la caisse du RPC sera à sec en 2069. Pour stabiliser le ratio A/D il est nécessaire d'augmenter le taux de cotisation à 10,45%. Pour le cas du scénario à coût bas, c'est-à-dire lorsque l'indice de fécondité est élevé, le taux de cotisation minimal est 9,25%.

En montrant cette information dans le rapport, le BAC donne aux intervenants le sens où le taux de cotisation minimal peut être situé, si l'indice de fécondité se trouve entre les bornes de l'intervalle de confiance à 95 %.

Résultats du modèle de mortalité : intervalles de confiance pour les espérances de vie (diapositive 12)

L'une des hypothèses les plus importantes relatives au RPC a trait aux taux de mortalité, et plus particulièrement aux taux d'amélioration future de la mortalité.

La première étape de la modélisation de la sensibilité aux taux de mortalité futurs consistait à subdiviser les taux en 40 groupes âge-sexe. Nous avons d'abord tenté d'ajuster un modèle aux taux historiques d'amélioration de la mortalité, mais cette démarche a généré des statistiques dont la correspondance laissait à désirer. Nous avons transformé les taux de la mortalité utilisant la fonction de logarithme. C'est fait pour ne pas avoir des taux de la mortalité négatifs. Puis nous avons ajusté des modèles ARIMA simples aux ces taux transformés. C'est-à-dire nous avons utilisé des modèles logARIMA. Nous avons corrélé les termes d'erreur des groupes âge-sexe en utilisant la décomposition de Cholesky. Les futurs taux de mortalité ont ensuite été projetés autour de l'hypothèse de

mortalité basée sur la meilleure estimation et convertis en taux d'amélioration de la mortalité. Plus de détails figurent en annexe.

Analyse de sensibilité en utilisant le processus stochastique (*diapositive 13*)

Ce tableau illustre les espérances de vie (avec améliorations futures) issues de l'utilisation de la méthodologie stochastique, soit l'espérance de vie médiane ou prévue et la borne supérieure et la borne inférieure qui forment l'intervalle de confiance à 95 %. Il a été projeté qu'en moyenne, l'espérance de vie d'un homme de 65 ans en 2050 se situera dans une probabilité de 95 % entre 17,8 ans et 25,1 ans. Pour une femme de 65 ans en 2050, l'espérance de vie devrait osciller entre 18,6 ans et 27,9 ans.

Il est intéressant d'observer que l'intervalle de confiance à 95 % n'est pas symétrique par rapport à la médiane. La raison en est que nous ne pouvons nous attendre à ce que les gens vivent éternellement, de sorte que nous fixons l'âge limite à 120 ans et utilisons les taux de la mortalité positifs.

Bien que les taux de mortalité ne puissent pas décroître indéfiniment, leur trajectoire future pourrait entraîner une hausse du taux de cotisation (*diapositive 14*)

Ce graphique indique l'effet que les taux de mortalité, autres que la meilleure estimation, pourraient avoir sur la capitalisation du Régime. Les espérances de vie inférieure et supérieure utilisées dans ce scénario sont indiquées à la diapositive précédente.

Nous l'avons dit, le graphique n'est pas symétrique, et le scénario à coût élevé est celui qui correspond au mieux à la meilleure estimation. Ainsi, le taux de cotisation minimal requis pour capitaliser le régime sur une période de 75 ans pourrait osciller entre 9,2 % et 10,2 %.

Taux de rendement réel du portefeuille – quatre variables corrélées (*diapositive 15*)

Compte tenu de la nature du RPC, qui est partiellement capitalisé, il importe d'indiquer son exposition au risque de placement.

Dans notre analyse, nous utilisons un modèle vectoriel autorégressif à deux termes pour modéliser simultanément quatre hypothèses : taux de rendement des actions canadiennes, des actions étrangères et des titres à revenu fixe, et taux d'inflation. Les projections des taux de rendement et d'inflation servent à déterminer l'intervalle de confiance à 95 % pour le taux de rendement réel de l'actif du RPC.

L'intervalle obtenu a une étendue de 3 % et est centré autour du taux de rendement réel de 4,2 %, qui est l'hypothèse basée sur la meilleure estimation.

L'analyse de sensibilité du taux de rendement réel produit les plus grandes variations du taux de cotisation... même lorsqu'il s'agit d'un régime partiellement capitalisé (*diapositive 16*)

Ce graphique indique que l'hypothèse du taux de rendement réel est celle qui produit la plus grande variabilité du ratio A/D et du taux de cotisation minimal: le taux de cotisation minimal est projeté d'être entre 9,0% et 10,7% Même lorsqu'il s'agit d'un régime partiellement capitalisé, et que le risque de placement est donc atténué par l'existence de la composante par répartition, l'impact est considérable. La variabilité du taux de cotisation dans le cas d'un régime à capitalisation intégrale sera beaucoup plus élevée.

Cet exemple indique que les régimes de sécurité sociale à prestations déterminées qui ont pour objectif la stabilité du taux de cotisation ne devraient pas viser la capitalisation intégrale, car ce n'est pas la forme de financement optimal.

Conclusions et prochaines étapes (*diapositive 17*)

L'application des processus stochastiques à la modélisation des régimes de sécurité est un processus de longue haleine, et non une fin en soi, et nous n'en sommes qu'au début. L'évolution des technologies donnera lieu à de nouvelles possibilités. Au fur et à mesure que les régimes parviendront à maturité, le volume de données historiques deviendra plus important.

Le BAC continuera de développer ses modèles stochastiques, conformément à la recommandation du groupe d'examen indépendant. Étant donné que nous estimons qu'il existe au Canada une corrélation réelle entre la fécondité et la migration, la prochaine étape, nous l'espérons, consistera à modéliser simultanément ces deux hypothèses.

Enfin, je le répète, la modélisation stochastique est un outil et non une boule de cristal, et comme tous les outils, il faut en faire un usage judicieux.

Je vous remercie de votre attention.