

**Suivi en matière d'assurance sociale : Méthodologies et répercussions**  
**SOA Living to 100 Symposium**  
**Orlando (Floride)**  
**Le 8 janvier 2008**

*(Diapositive 2) Plan de l'exposé*

Bonjour. Je me présente. Danita Pattemore, actuaire adjointe du Bureau de l'actuaire en chef du Canada. Je suis heureuse d'être ici aujourd'hui pour vous parler de l'application des processus stochastiques au 23<sup>e</sup> rapport actuariel sur le RPC et, de façon plus précise, aux projections des améliorations futures de la mortalité et des espérances de vie.

Je vais tout d'abord vous entretenir de la modélisation stochastique utilisée dans le 23<sup>e</sup> rapport actuariel sur le RPC. Nous passerons ensuite aux méthodes appliquées pour déterminer les améliorations futures de la mortalité et aux résultats dans l'optique de l'espérance de vie et à une comparaison des espérances de vie aux États-Unis et au Royaume-Uni. Enfin, nous verrons quelques diapositives sur l'analyse de sensibilité des taux d'amélioration de la mortalité qui a été réalisée pour le rapport.

*(Diapositive 3) Modélisation stochastique appliquée au 23<sup>e</sup> rapport actuariel sur le RPC*

Le groupe d'examen indépendant du 21<sup>e</sup> rapport actuariel sur le RPC avait suggéré d'avoir davantage recours aux processus stochastiques pour les rapports actuariels futurs. Il aurait idéalement fallu mettre au point un modèle intégré dans le cadre duquel tous les paramètres auraient été générés par voie stochastique de manière intégrée. Compte tenu de la complexité du modèle du RPC, cette démarche ne serait pas aisée et n'est pas réaliste pour le moment. Dans le 23<sup>e</sup> rapport, des méthodes stochastiques ont plutôt été utilisées pour projeter une répartition des probabilités des éventuels résultats des hypothèses clés, par exemple, fécondité, taux de rendement et mortalité. Ces répartitions des probabilités ont ensuite été utilisées pour déterminer les hypothèses de rechange à coût élevé et à faible coût aux fins de l'analyse de sensibilité ainsi que la probabilité que le résultat réel se situera dans cette fourchette. La modélisation stochastique a l'avantage de décrire les valeurs futures non par des valeurs uniques mais plutôt par des répartitions des probabilités, ce qui offre plus d'information que le modèle déterministe.

*(Diapositive 4) Mortalité*

Pour modéliser les futurs taux de mortalité, il a d'abord fallu subdiviser les taux en 40 groupes selon l'âge et le sexe. Le critère principal consistait à trouver un modèle offrant une correspondance spécialement juste pour les groupes d'âge de 60 à 64 ans et de 65 à 69 ans, puisque c'est à ces âges que la plupart des bénéficiaires commencent à toucher leurs prestations de retraite. Une fois que le modèle a été choisi, nous l'avons surtout testé

pour les groupes au-delà de 60 ans. Nous avons d'abord tenté d'ajuster le modèle aux taux historiques d'amélioration de la mortalité, mais cette démarche a généré des statistiques dont la correspondance laissait à désirer. Nous avons plutôt ajusté les modèles aux taux historiques de mortalité. Les futurs taux de mortalité ont ensuite été projetés et convertis en taux d'amélioration de la mortalité.

***(Diapositive 5) Taux d'amélioration de la mortalité : 1927-2004***

Ce graphique illustre la grande variabilité des taux d'amélioration chez les hommes âgés de 65 à 69 ans pendant cette période historique. Compte tenu de cette variabilité, il était difficile d'ajuster un modèle de série chronologique aux données avec suffisamment de statistiques ajustées.

***(Diapositive 6) Taux de mortalité : 1926-2004***

Ce graphique illustre le nombre réel de décès par tranche de 1 000 hommes dans le groupe d'âge 65-69 pendant cette période historique. À remarquer que la mortalité était plutôt uniforme jusqu'en 1974, année où des améliorations importantes ont commencé à se manifester.

***(Diapositive 7) Modèle du log ARIMA***

Le modèle de série chronologique utilisé pour reproduire les taux de mortalité annuels est un modèle de log ARIMA (0, 1, 0) qui correspond à la différence entre les logarithmes des termes adjacents. Ce modèle a été choisi parce que la série obtenue après la transformation logarithmique et la différenciation des termes adjacents est stationnaire et qu'une analyse des statistiques d'ajustement, y compris  $R^2$ , pour tous les groupes selon l'âge et le sexe indique que ce modèle donne un très bon ajustement aux données réelles. La moyenne des données varie dans le temps; il importe donc de différencier les données. D'autres modèles de série chronologique ont été testés, mais aucun n'a produit un aussi bon ajustement que le log ARIMA (0, 1, 0). En fait, la valeur  $R^2$  pour tous les groupes selon l'âge et le sexe était supérieure à 0,9. En outre, le recours à la transformation logarithmique élimine la nécessité d'une borne inférieure nulle, puisque les logarithmes des taux de mortalité seront toujours positifs. L'ajout d'une moyenne autorégressive ou mobile a accru la complexité du modèle sans que la correspondance réelle ne s'améliore de manière appréciable. Il a donc été décidé d'exclure tout terme supplémentaire.

***(Diapositive 8) Équation des séries chronologiques***

Voici l'équation des séries chronologiques qui a été utilisée pour projeter les futurs taux de mortalité. Outre les données historiques, un terme d'erreur généré au hasard est intégré à l'équation de façon à pouvoir produire des milliers de résultats futurs.

***(Diapositive 9) Meilleure estimation***

Le modèle de mortalité est configuré pour projeter les futurs taux de mortalité de deux façons différentes. La première méthode est dans une certaine mesure déterministe en ce sens que la valeur prévue de chaque scénario représente la meilleure estimation pour toute la période de projection, ainsi que déterminée par le Bureau de l'actuaire en chef. Des scénarios stochastiques sont ensuite générés et ainsi, l'intervalle de confiance est axé sur cette meilleure estimation. À ce point du processus, une meilleure estimation n'avait pas été déterminée et la deuxième méthode a donc été utilisée.

Les futures projections de mortalité ont pu se développer sans interférence à partir de l'équation des séries chronologiques choisie et d'un terme d'erreur généré au hasard en fonction de la volatilité historique des taux de mortalité. Des milliers de scénarios ont été formulés de cette façon et la valeur prévue est égale à la moyenne des scénarios générés.

***(Diapositive 10) Modèle stochastique du Bureau de l'actuaire en chef***

Comme déjà mentionné, le modèle stochastique repose sur le modèle des séries chronologiques de l'algorithme ARIMA (0,1,0). Les taux de mortalité historiques annuels de 40 groupes selon l'âge et le sexe ont été calculés pour la période de 1926 à 2004 en tant que ratio du nombre annuel de décès à la population pour chaque groupe. Les données sur les nombres annuels de décès et sur la population du Canada ont été fournies par Statistique Canada. La première année pour laquelle des données étaient disponibles aux fins de l'analyse est 1926.

Bien que le taux de mortalité pour un groupe ne dépende pas des taux de mortalité pour les autres groupes, il existe sans doute un certain degré de corrélation entre les groupes. Cette corrélation doit être reflétée dans les taux projetés, ce qui est réalisé en corrélant les termes d'erreur des 40 groupes âge-sexe en utilisant la décomposition de Cholesky.

Les résultats produits par ce modèle comportent les intervalles de confiance à 95 %, les médians pour les taux de mortalité et les taux d'amélioration de la mortalité pour chaque groupe selon l'âge et le sexe. De plus, la moyenne et l'intervalle de confiance à 95 % pour l'espérance de vie à la naissance et à 65 ans ont été calculés pour les hommes et les femmes.

***(Diapositive 11) Processus stochastique***

Lorsque l'équation est déterminée et que la décomposition de Cholesky est effectuée, les futurs taux de mortalité sont projetés, pour chaque groupe selon l'âge et le sexe, 75 années dans le futur pour 1 000 scénarios. Le taux de mortalité résultant est le taux de mortalité médian sur les 1 000 scénarios. En outre, les intervalles de confiance à 95 % sont calculés pour donner une idée de la fourchette de valeurs possibles des taux de mortalité.

Ce graphique illustre les taux de mortalité historiques et projetés chez les hommes de 65 à 69 ans. La courbe du milieu représente le taux de mortalité médian calculé sur les 1 000

scénarios exécutés, tandis que les courbes supérieure et inférieure représentent les bornes de l'intervalle de confiance à 95 %.

Une fois que les taux de mortalité sont projetés pour chaque groupe selon l'âge et le sexe, on convertit les valeurs obtenues en facteurs d'amélioration de la mortalité. Les résultats semblent indiquer que les taux d'amélioration de la mortalité sont assez constants sur la période de projection, les fluctuations étant faibles.

***(Diapositive 12) Raisons pour intégrer le jugement***

Au lieu d'utiliser les facteurs d'amélioration de la mortalité produits par le modèle, il a été décidé de faire preuve de jugement pour déterminer la meilleure estimation des facteurs d'amélioration de la mortalité, et ce principalement parce que les résultats historiques ne reflètent peut-être pas les résultats futurs. Au cours du XX<sup>e</sup> siècle, les profils de mortalité ont subi des changements structurels qui ont amoindri la validité des données historiques comparativement au passé récent et aux nouvelles tendances. À titre d'exemple, historiquement, la mortalité des femmes s'est améliorée plus rapidement que celle des hommes; cependant, cela s'est récemment renversé chez les hommes. Un modèle totalement stochastique maintiendra cette tendance dans le futur et résulterait en une espérance de vie pour les hommes supérieure à celle des femmes. Bien que le Bureau de l'actuaire en chef pense que l'écart dans l'espérance de vie continuera de se rétrécir, nous ne croyons pas que l'espérance de vie des hommes rattrapera celle des femmes. Donc il faut utiliser notre jugement et maintenir une relation traditionnelle entre l'espérance de vie des hommes et des femmes.

De plus, en raison de certaines limites du modèle ARIMA, il est nécessaire de faire preuve d'un certain jugement. Les données sur la mortalité sont logarithmées et différenciées afin d'éliminer le déplacement de la moyenne en fonction du temps. Or, cette transformation pourrait ne pas éliminer entièrement le déplacement de la moyenne en fonction du temps, ce qui entraînerait une sous-estimation du degré d'incertitude dans les lois de probabilité simulées des taux de mortalité.

Au lieu de laisser le modèle stochastique projeter les taux d'améliorations futurs de la mortalité naturellement, nous avons combiné notre jugement aux analyses des tendances récentes pour déterminer nos taux d'améliorations de la mortalité.

***(Diapositive 13) Taux annuels d'amélioration de la mortalité***

On analyse l'évolution d'une moyenne mobile sur 15 ans des taux d'amélioration historiques au cours du temps, puis on la compare aux facteurs d'amélioration de la mortalité produits par le modèle afin d'établir la meilleure estimation des facteurs d'amélioration de la mortalité pour chaque groupe d'âge. Ce tableau résume les taux moyens historiques d'amélioration par année au Canada sur deux périodes de 15 ans. Ces valeurs sont fondées sur les taux moyens de mortalité et sont semblables aux résultats obtenus au moyen de la Human Mortality Database et du modèle stochastique.

***(Diapositive 14) Taux annuels d'amélioration de la mortalité***

Depuis toujours, les taux d'amélioration baissent avec l'âge et sont peu élevés ou même négatifs à compter de 90 ans. Au fur et à mesure que nous prenons de l'âge, il devient plus difficile d'améliorer la mortalité puisque le décès peut être attribuable à de multiples problèmes médicaux. Au cours des 15 dernières années, tant chez les hommes que chez les femmes de 65 ans, les taux d'amélioration ont ralenti. Pour les groupes d'âge de 15 à 64 ans, le taux annuel d'amélioration chez les femmes a reculé, passant de 2,5 % par année de 1944 à 1989 à environ 1,5 % par année au cours des 15 dernières années.

Pour les 65 ans et plus, on a observé au cours des 30 dernières années un ralentissement appréciable chez les femmes et une augmentation chez les hommes. Autrement dit, la mortalité chez les hommes s'améliore plus rapidement que celle chez les femmes. Cela explique la raison pour laquelle l'écart au titre de l'espérance de vie entre les hommes et les femmes a commencé à rétrécir ces 30 dernières années.

***(Diapositive 15) Hypothèses relatives aux taux annuels d'amélioration de la mortalité***

Il a donc été décidé que la meilleure estimation des facteurs d'amélioration de la mortalité serait fondée sur les tendances observées au cours des 30 dernières années et sur le jugement. Pendant la période initiale de 2005 à 2009, les taux annuels d'amélioration de la mortalité reposent sur les résultats réels des 15 dernières années selon l'âge et le sexe.

Les taux annuels ultimes d'amélioration à compter de 2029 ont été obtenus en appliquant les tendances constatées au titre des résultats des taux d'amélioration chez les femmes au cours des 30 dernières années (de 1974 à 2004) aux 30 années suivantes. Les taux ultimes d'amélioration chez les hommes sont présumés les mêmes que chez les femmes. Étant donné que les taux d'amélioration chez les hommes sont actuellement supérieurs à ceux chez les femmes, il est donc implicitement présumé que la mortalité chez les hommes continuera à s'améliorer plus rapidement que chez les femmes pendant la période de 2005 à 2028.

Pour les années intermédiaires, une simple interpolation linéaire est utilisée pour déterminer les taux d'amélioration annuels.

***(Diapositive 16) Espérance de vie (sans améliorations futures)***

Une fois la meilleure estimation des facteurs d'amélioration de la mortalité déterminée, la prochaine étape consiste à appliquer ces facteurs à la Table de mortalité du Canada (TMC) de 2001 afin d'établir la meilleure estimation des taux de mortalité pour l'avenir. Enfin, on suit un processus stochastique pour projeter 1 000 trajectoires de taux de mortalité qui sont centrées autour de la meilleure estimation. L'espérance de vie est alors calculée pour chacune des 1 000 trajectoires et la meilleure estimation de l'espérance de vie est égale à la médiane des 1 000 espérances de vie.

Les valeurs résultantes du tableau sont sous le titre ‘processus stochastique’ et sont comparées aux résultats selon la meilleure estimation du 23<sup>e</sup> rapport actuariel du RPC. Idéalement ces valeurs devraient être identiques. Néanmoins les limites du modèle ARIMA décrites précédemment empêchent les projections futures d’être centrées parfaitement aux projections selon la meilleure estimation. Les espérances de vie à la naissance calculées avec le processus stochastique sont d’environ une demi année inférieure à celles calculées avec le modèle déterministe, tandis que les espérances de vie calculées à 65 ans sont très proches l’une de l’autre.

***(Diapositive 17) Espérance de vie (avec améliorations futures)***

On prévoit que les améliorations de la mortalité se poursuivront; il semble donc raisonnable d’intégrer toutes les futures améliorations projetées au calcul des espérances de vie. Comme dans l’acétate précédent, le tableau compare l’espérance de vie à la naissance et à 65 ans avec les deux modèles : stochastique et déterministe, quoiqu’ici les facteurs d’améliorations continuent de s’appliqués pour toute la période de projection. Comme dans l’acétate précédent, les espérances de vie à la naissance calculées avec le processus stochastique sont d’environ une année inférieure à celles calculées avec le modèle déterministe.

***(Diapositive 18) Comparaison de l’espérance de vie chez les hommes à 65 ans***

Les deux prochaines diapositives établissent une comparaison de l’espérance de vie chez les hommes et les femmes de 65 ans au Canada, aux États-Unis et au Royaume-Uni. Entre 2007 et 2075, l’espérance de vie des hommes tant au Canada qu’aux É.-U. devrait progresser d’environ quatre (4) ans, le Canada maintenant une espérance de vie plus élevée pendant toutes les années. Cependant, au R.-U., la mortalité chez les hommes devrait augmenter de plus de 4,5 ans d’ici 2050, soit 25 ans plus tôt. La raison pour laquelle les espérances de vie au R.-U. sont tellement plus élevées en 2050, c’est que les responsables présumant une amélioration annuelle de la mortalité de 1 % à tous les âges.

***(Diapositive 19) Comparaison de l’espérance de vie chez les femmes à 65 ans***

Entre 2007 et 2075, l’espérance de vie chez les femmes tant au Canada qu’aux É.-U. devrait augmenter d’environ 3,5 ans. Au R.-U., par contre, on prévoit une augmentation de l’espérance de vie chez les femmes de 4,5 ans d’ici 2050. De plus, les trois pays prévoient un rétrécissement de l’écart de l’espérance de vie entre les hommes et les femmes.

***(Diapositive 20) Analyse de sensibilité en utilisant le processus stochastique***

Ce tableau illustre les espérances de vie issues de l’utilisation de la méthodologie stochastique, soit l’espérance de vie médiane ou prévue et la borne supérieure et la borne inférieure qui forment l’intervalle de confiance à 95 %. Ces résultats ont été utilisés dans le cadre de l’analyse de sensibilité du 23<sup>e</sup> rapport actuariel sur le Régime de pensions du Canada. Il a été projeté qu’en moyenne, l’espérance de vie d’un homme de 65 ans en

2050 se situera dans une probabilité de 95 % entre 17,8 ans et 25,1 ans. Pour une femme de 65 ans en 2050, l'espérance de vie devrait osciller entre 18,6 ans et 27,9 ans.

***(Diapositive 21) Évolution du ratio actifs / dépenses***

Une mesure importante de la capitalisation du RPC se définit comme étant le ratio des actifs à la fin d'une année aux dépenses de l'année suivante. En vertu des hypothèses de meilleure estimation du Régime, ce ratio devrait augmenter au cours des deux prochaines décennies pour atteindre 5,6 en 2025. Il progresse ensuite lentement pour passer à 6,0 en 2050 et à 6,4 en 2075. Ce graphique démontre l'effet que les taux de mortalité, autres que la meilleure estimation, pourraient avoir sur la capitalisation du Régime. Les espérances de vie inférieure et supérieure utilisées dans ce scénario sont déterminées par voie stochastique et indiquées à la diapositive précédente.

Ce graphique illustre l'évolution du ratio des actifs aux dépenses en vertu de trois scénarios, soit l'hypothèse de meilleure estimation et les deux scénarios déterminés par voie stochastique suivant un intervalle de confiance à 95 %. Ainsi, le taux de cotisation minimal requis pour capitaliser le régime sur une période de 75 ans pourrait osciller entre 9,2 % et 10,2 %.

***(Diapositive 22)***

L'utilisation des processus stochastiques a permis de grandement améliorer l'analyse de sensibilité qui est effectuée dans le cadre des évaluations actuarielles triennales du Régime de pensions du Canada. Je suis heureuse d'avoir eu l'occasion de vous parler de l'utilité de la modélisation stochastique et je vous remercie de votre attention. Il me fera maintenant plaisir de répondre aux questions.